



**UNIVERSIDAD JOSÉ CARLOS MARIÁTEGUI**

**VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN**

**FACULTAD DE INGENIERÍA Y  
ARQUITECTURA**

**ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL**

**TRABAJO DE SUFICIENCIA PROFESIONAL**

**MÉTODOS DE COMPLETACIÓN DE DATOS  
HIDROLÓGICOS FALTANTES**

**PRESENTADO POR**

**BACHILLER RICHARD ÁNGEL ROSPIGLIOSI CERRATO**

**ASESOR:**

**ING. RENÉ HERADIO FLORES PAURO**

**PARA OPTAR TÍTULO PROFESIONAL DE**

**INGENIERO CIVIL**

**MOQUEGUA – PERÚ**

**2018**

## CONTENIDO

	<b>Pág.</b>
PORTADA	
Página de jurado.....	i
Dedicatoria.....	ii
Contenido.....	iii
Índice de tablas.....	v
Índice de figuras.....	vi
Índice de apéndices.....	vii
Índice de ecuaciones.....	viii
RESUMEN.....	ix
ABSTRACT.....	x

### **CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN**

#### **CAPÍTULO II OBJETIVOS**

2.1. Objetivo general.....	4
2.2. Objetivos específicos.....	4

#### **CAPÍTULO III DESARROLLO DEL TEMA**

3.1. Marco teórico.....	5
3.1.1. Generalidades.....	5
3.1.2 Formación de la precipitación.....	6
3.1.3 Medición de la precipitación.....	8
3.1.4 Sistema de monitoreo.....	9
3.1.5 Análisis de la precipitación.....	10
3.2. Cómo completar un registro con datos faltantes.....	12
3.2.1 Análisis de la homogeneidad y consistencia de series de datos.....	13

3.3 Métodos para la completación de datos hidrológicos faltantes.....	20
3.3.1 Completación por regresión lineal .....	23
3.3.2. Completación por razones de distancias .....	27
3.3.3. Completación por promedios vecinales .....	28
3.4.4 Completación por razones promedio .....	29
3.3.5. Completación por correlación con estaciones vecinas.....	30
3.5. Caso práctico.....	32
3.5.1 Ejercicio N° 01, utilizando el método de razones promedio.....	32
3.5.2 Ejercicio N° 02, utilizando el método de regresión lineal.....	34
3.5.3 Ejercicio N° 03, utilizando el método de razones de distancias.....	40
3.4. Representación de resultados .....	44

## **CAPÍTULO IV**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

4.1. Conclusiones .....	48
4.2. Recomendaciones.....	49
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	50
APÉNDICES.....	53

## ÍNDICE DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
Tabla 1. Precipitación cuatro estaciones de Moquegua .....	16
Tabla 2. Consistencia estación valle Moquegua - Estación Yacango.....	17
Tabla 3. Consistencia estación estación valle Moquegua -Punta de Coles.....	18
Tabla 4. Consistencia estación valle Moquegua - Estación valle de Ilo .....	19
Tabla 5. Precipitación promedio en 20 años cuatro estaciones de Moquegua.....	33
Tabla 6. Coeficientes de correlación valle Moquegua y estaciones restantes.....	33
Tabla 7. Datos de precipitaciones de estaciones en Moquegua 1989-2008.....	35
Tabla 8. Relación entre tablas A y C, método de regresión lineal.....	36
Tabla 9. Relación entre tablas B y C.....	37
Tabla 10. Relación entre tablas D y C.....	39
Tabla 11. Datos de precipitaciones de estaciones en Moquegua 1989-2008.....	41
Tabla 12. Datos de distancia entre cada una de las estaciones.....	41
Tabla 13. Correlación entre todas las estaciones .....	42
Tabla 14. Coeficiente de correlación por regresión lineal estación de estación Moquegua .....	43
Tabla 15. Precipitaciones en los años 1990 y 2007 a completar estación valle Moquegua .....	44
Tabla 16. Datos completados en la estación valle de Moquegua.....	45
Tabla 17. Coeficientes de correlación por los métodos de completación de datos faltantes hidrológicos.....	46

## ÍNDICE DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
Figura 1. Zona de puente destruido Distrito de Torata .....	3
Figura 2. Ciclo hidrológico .....	6
Figura 3. Mapa de estaciones climatológicas en el Perú.....	10
Figura 4. Pluviómetro digital .....	11
Figura 5. Zonas homogéneas: Mapa climático del Perú .....	14
Figura 6. Correlación de estaciones punto de Coles – Yacango .....	17
Figura 7. Correlación de estaciones punto de Coles – Valle Moquegua .....	18
Figura 8. Correlación de estaciones punto de Coles – Valle de Ilo .....	19
Figura 9. Disposición espacial para la completación por razones de distancia ....	27
Figura 10. Disposición espacial para la completación de datos por promedios vecinales .....	28
Figura 11. Ubicación de las estaciones Punta de Coles y valle de Ilo .....	31
Figura 12. Ubicación de las estaciones valle Moquegua .....	32

## ÍNDICE DE APÉNDICES

	<b>Pág.</b>
Tabla A 1. Precipitación (mm) total de estación de Punta de Coles 1986-2008...	53
Tabla A 2. Precipitación (mm) total de estación de Yacango 1986-2016 (mm)...	54
Tabla A 3. Precipitación (mm) total de estación de valle de Moquegua 1985 - 2016.....	55
Tabla A 4. Precipitación (mm) total de estación de valle de Ilo 1989-2016.....	56

## ÍNDICE DE ECUACIONES

	<b>Pág.</b>
Ecuación 1. Cálculo de la media en x .....	23
Ecuación 2. Cálculo de la desviación estándar en $s_x$ .....	24
Ecuación 3. Cálculo de la media en y .....	24
Ecuación 4. Cálculo de la desviación estándar en $s_y$ .....	24
Ecuación 5. Ecuación de la recta Y .....	24
Ecuación 6. Constante de regresión a .....	24
Ecuación 7. Constante de regresión b .....	25
Ecuación 8. Coeficiente de correlación.....	25
Ecuación 9. Coeficiente de regresión.....	26
Ecuación 10. Registro completado.....	26
Ecuación 11. Ecuación de razones de distancias .....	28
Ecuación 12. Ecuación promedios vecinales .....	29
Ecuación 13. Ecuación de razones promedios .....	29
Ecuación 14. Ecuación de estaciones vecina .....	30

## RESUMEN

El presente trabajo evalúa la teoría y aplicación de distintos métodos de completación de datos faltantes Hidrológicos, que son usados en zonas que no cuentan con estaciones de Senamhi o dicha estación no haya logrado tomar datos en una fecha indicada, es por ellos que se en este trabajo se realiza el desarrollo de distintos métodos de completación como son: por regresión lineal, razones de distancias, promedios vecinales, razones promedio y correlación con estaciones vecinas. Los métodos se analizan a través de un dato faltante estación "X" partiendo de datos obtenidos por medición de otras estaciones que estén cerca al lugar o estación en estudio, en los cuales se determina que método presenta mejor ajuste para la utilización en campo. Este proceso se realizó utilizando el programa Excel, y aplicando datos reales obtenidos de las estaciones climatológicas de Moquegua, como son: Punta de Coles, Valle de Ilo, Valle Moquegua, Yacango que llevan registros desde el año 1985. Con lo anterior y según los resultados, se puede establecer que el método para la completación de datos faltantes hidrológicos a la completación por regresión lineal donde se debe tener muy en cuenta el coeficiente de correlación lineal "r" y considerando que puede ser utilizado para cálculos anuales.

**Palabras clave:** Datos, hidrología, estación, correlación.

## ABSTRACT

The present work evaluates the theory and the application of several methods of completion of missing hydrological data, which are used in areas that do not have senamhi stations or that the station is not available to take data on a given date, is for they who are in this work is developing different methods of completion as a child: by linear regression, distance ratios, neighborhood averages, average ratios and correlation with neighboring stations. The methods were analyzed through a missing point of failure. They were divided by measurements from other stations that were close to the site or in the study, in which the most appropriate method for use in the field was determined. This process was carried out using the Excel program, and applying real data obtained from the Moquegua weather stations, as a son: Punta de Coles, Valle de Ilo, Valle Moquegua, Yacango, which has been registered since 1985. Previously and according to the results, it is possible to establish the method for the completion of missing hydrological data to the completion by linear regression where the coefficient of linear correlation "r" must be taken into account and considering that it can be used for calculations years.

**Keywords:** Data, hydrology, station, correlation.

## **CAPÍTULO I**

### **INTRODUCCIÓN**

El presente trabajo corresponde al desarrollo del tema sobre “Métodos de completación de datos hidrológicos faltantes”, en la mayoría de los estudios relacionados con hidrología “Una parte muy importante del trabajo hidrológico es la recolección y análisis de datos, como la estimación de las precipitaciones. Por ello, conocer el comportamiento y la forma de evaluación que tiene la precipitación es de gran importancia (Aparicio, 2003, p.15).

En la estimación de datos hidrológicos, cuando hay carencia de información, existen diversos métodos que van desde avances tecnológicos como el uso de satélites, programas estadísticos y modelaciones hidrológicas que por su elevado costo, no son de masiva utilización (para proyectos que cuenten con bajos recursos para ser ejecutados), hasta los métodos tradicionales, que son más factibles de utilizar. Estos últimos, se basan en fórmulas matemáticas simples, en donde se establecen relaciones entre estaciones patrones o cercanas (con datos completos) y la estación con carencia de información pluviométrica.

“El agua es la sustancia más abundante de la tierra, es el principal constituyente de todos los seres vivos y ejerce una fuerza muy importante que constantemente está cambiando la superficie terrestre. También es un factor clave en la climatización del planeta y para la existencia humana” (Chow. 1994, p.1).

Teniendo en cuenta que la hidrología estudia todas fases del agua en el planeta tierra, teniendo directamente las aplicaciones en estos tiempos para el desarrollo adecuado y seguro de estructuras hidráulicas, abastecimientos de agua, irrigaciones, generadores hidroeléctricos que ayudan al desarrollo de las ciudades o pueblos.

Por lo que es necesario estudiar el comportamiento de con el medio ambiente la distribución y circulación mediante el ciclo hidrológico, principalmente las precipitaciones las cuales afectan directamente a la distribución y circulación del agua en la tierra, teniendo algunos cambios en los transcurso de los años debido a la mano del hombre.

Como una de las variables de mayor importancia en los estudios hidrológicos, la precipitación se define como la cantidad de agua caída en una zona determinada, ya sea en forma de lluvia, nieve, granizo o rocío (Fernández, 1995, p.13). Se debe indicar que la precipitación, junto con la temperatura, son los que se relacionan con cualquier afectación directa con el medio ambiente.

En la estimación de la precipitación, cuando hay carencia de datos, es muy importante poder optar por métodos que no ayuden completar información insuficiente que se tiene en una zona determinada, donde se realizara un estudio hidrológico para la ejecución correcta y segura de un proyecto.

Este inconveniente nos lleva a buscar alternativas de solución en muchos modelos, los cuales según autores son capaces de completar o interpolar datos de precipitaciones y otras variables climáticas utilizando para ellos los métodos que se tradicionales, teniendo en cuenta que cada método tiene sus limitaciones según las entradas posibles que se apliquen o información histórica que se tenga del proyecto.

Toda esta información es necesaria para que no ocurran problemas como muestra la (figura 1), por motivos de entrada de río se destruyó una estructura de concreto afectando el fin principal por el cual fue construido.



*Figura 1.* Zona de puente destruido Distrito de Torata  
Fuente: Diario Correo, 2015

## **CAPÍTULO II**

### **OBJETIVOS**

#### **2.1. Objetivo general**

Conocer los métodos de completación de datos hidrológicos faltantes.

#### **2.2. Objetivos específicos**

Realizar la completación de datos faltantes hidrológicos en Moquegua y establecer recomendaciones para los métodos desarrollados.

Comparar los resultados obtenidos de los métodos completación de datos hidrológicos faltantes.

## **CAPÍTULO III**

### **DESARROLLO DEL TEMA**

#### **3.1. Marco teórico**

En este capítulo se desarrolla la definición, los aspectos básicos de los métodos de completación de datos faltantes hidrológicos, precipitación, usos y aplicaciones.

##### **3.1.1. Generalidades**

###### ***3.1.1.1. Definición***

“La precipitación es definida, como el agua que proviene de la humedad atmosférica y que cae a la superficie terrestre, principalmente en estado líquido (lluvia) o sólido (nieve o granizo). Además, menciona que esta variable puede ser considerada como la más importante dentro de las que intervienen en el balance hídrico” (UNESCO, 1982, p.26).

Custodio y Llamas. (1993). Indica que la precipitación constituye un fenómeno físico que describe la transferencia de agua, en su fase líquida (lluvia) o sólida (nieve y granizo), entre la atmósfera y el suelo. También hace referencia a que las precipitaciones sobre los continentes, representan el elemento más importante del ciclo hidrológico (p.19).

Chow (1994) afirma que la precipitación incluye la lluvia, la nieve y otros procesos, tales como granizo y nevisca, mediante los cuales el agua cae a la superficie terrestre (p.65). Tal como se muestra en la (Figura 2).

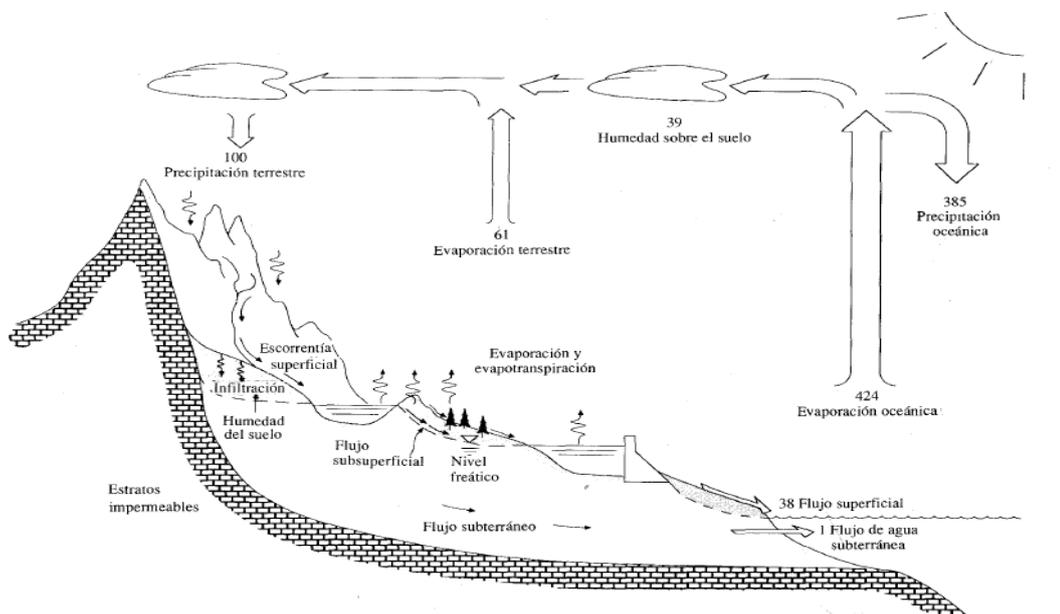


Figura 2. Ciclo hidrológico  
Fuente: Chow, 1994

### 3.1.2 Formación de la precipitación

Para que se formen las nubes, el agua que se evapora de la superficie terrestre debe elevarse hasta que la presión y la temperatura sean las necesarias para que

exista condensación (Aparicio, 2003, p.116), es decir, hasta que se convierta en rocío. Cuando una masa de aire asciende, se ve sujeta a una presión gradualmente decreciente, entonces se expande y, al expandirse en virtud de las leyes de los gases, va disminuyendo su temperatura. Cuando la temperatura disminuye, como para quedar por debajo del punto de rocío, comienza la condensación.

La condensación comienza cuando se unen varias de las pequeñas gotas que forman las nubes, para formar gotas más grandes; sin embargo, para que esta unión se verifique en cantidades significativas, sin la intervención de otros elementos, es necesario que la supersaturación (temperaturas más bajas del punto de rocío) sea mayor que la que normalmente se produce en la atmósfera (Aparicio, 2003.p 117). Luego, bajo esas condiciones, se formarán los núcleos de condensación uniformes.

Estos núcleos, junto con la incorporación de sustancias orgánicas presentes en la atmósfera, humos de combustiones naturales o artificiales, polen y sobre todo cristales de arena, que se encuentran incluso en sitios muy distanciados del mar, forman gotas más grandes, que ya tienen un peso considerable como para caer por la acción de la fuerza de gravedad. Durante su caída, las gotas crecen aún más, alcanzando diámetros de alrededor de 5 a 7 mm o incluso mayores (Ausensi, 2005, p 8).

Para la producción de una cierta cantidad de lluvia, se requiere que se satisfagan o cumplan las siguientes condiciones:

- Un mecanismo para producir acumulación de humedad.
- Un mecanismo para producir enfriamiento del aire.

- Un mecanismo para producir condensación.
- Un mecanismo para producir el crecimiento de las gotas.

### **3.1.3 Medición de la precipitación**

Las mediciones hidrológicas se hacen con el fin de obtener información de los procesos hidrológicos. Esta información se utiliza para entender mejor estos procesos y como información de entrada en modelos de simulación hidrológica para el diseño, análisis y toma de decisiones.

Chow(1994) señala que en “La década hidrológica internacional (1965 - 1974) fomentó una rápida expansión de la recolección de información hidrológica en todo el mundo, y ahora es una práctica rutinaria el almacenar información hidrológica en computadores y tenerla disponible en forma leíble en máquinas, en cintas o discos magnéticos” (p.215).

Estos desarrollos, la expansión y la computarización de la información de datos hidrológicos, han puesto a disposición de los hidrólogos y profesionales de la materia una gran cantidad de información, la cual permite mayores estudios con mayores detalles y precisión que lo que ocurría en años anteriores.

Como los fenómenos hidrológicos tienen variación en el espacio y el tiempo, presentan un carácter aleatorio y probabilístico. La precipitación es la fuerza motriz de la fase terrestre del ciclo hidrológico, y la naturaleza aleatoria de la precipitación, hace que la predicción de procesos hidrológicos resultantes para un tiempo futuro, siempre esté sujeta a un grado de incertidumbre. Este tipo de

incertidumbre hace necesario que las mediciones hidrológicas sean observaciones hechas en el lugar de interés o muy cerca de éste, de tal manera que las conclusiones puedan sacarse de observaciones in situ ( Chow, 1994, p.72).

El énfasis que ha puesto la hidrología en la precipitación se debe fundamentalmente a que dichos datos se pueden obtener en forma fácil y barata en nuestra actualidad teniendo como principal acceso a las estaciones colocadas estratégicamente por el SENAMHI en el Perú.

#### **3.1.4 Sistema de monitoreo**

Las investigaciones de aguas lluvias en las zonas urbanas requieren de sistemas de recolección de información e instrumentos bien diseñados, tanto para la cantidad como para la calidad del agua.

Los estudios hidrológicos en los cuales se deben obtener datos hidrometeorológicos, tomados directamente en el terreno, demandan como medida de seguridad que se cumplan todas las normas establecidas para tales casos, como las medidas van a ser obtenidas con la precisión adecuada y el realizar observaciones continuas durante un lapso adecuado, entre otras, ya que las medidas esporádicas no pueden conducir a estudios hidrológicos de garantía.

La información de la red pluviométrica a nivel nacional es básico, así como la recopilación y análisis de registros de todas las estaciones ubicadas dentro y en los alrededores de cada una de las cuencas sujetas a estudio, por tener una relación directa con proyectos que sirven como desarrollo de una ciudad como las represas o lagos que alimentan de agua pueblos que se encuentran dentro

de una cuenca hidrográfica. Como se muestra en la (figura 3) mostrando estaciones climatológicas del SENAMHI en el Perú.



Figura 3. Mapa de estaciones climatológicas en el Perú  
Fuente: SENAMHI, 2017

### 3.1.5 Análisis de la precipitación

Los registros provenientes de pluviómetros o pluviógrafos, representan una muestra extremadamente pequeña de la lluvia total caída en una cierta área. En la evaluación de problemas hidrológicos, en los que se requiere conocer el volumen de agua caída, es decir, el producto de una cierta altura de agua por el área, es necesario utilizar métodos adecuados para calcular la lluvia promedio caída durante cierto tiempo.

La precisión de un registrador de lluvia en el cálculo de la altura de agua, depende de la densidad y distribución de los instrumentos, el tamaño, la naturaleza y la topografía de la hoya, así como el tipo de tormenta, incluyendo su duración y desplazamiento y de los métodos adoptados para evaluar dichos datos. Y poder tener instrumentos de medición que en la actualidad nos dan datos más exactos como el que se muestra en la (figura 4).



*Figura 4.* Pluviómetro digital  
Fuente: Raigo, 2017

En numerosos análisis hidrológicos, es necesario disponer de la precipitación media la cual se recoge en una zona determinada, normalmente una cuenca hidrográfica. Sin embargo, los datos disponibles están formados por un conjunto de lecturas de precipitación, obtenidos en una serie de observatorios distribuidos irregularmente sobre la zona de estudio y los alrededores. Es en este sentido que los investigadores se ven enfrentados a la gran problemática de la carencia considerable de información, ya que una evaluación precisa, está estrechamente ligada con la cantidad y calidad de información disponible en

tiempo y espacio, lo cual influye directamente en la obtención de los objetivos que se persiguen.

La carencia, está referida primordialmente a información pluviométrica, la cual, inclusive, denota errores de consistencia en los registros existentes, además de lapsos en los cuales por diversas causas, la información no existe, pues de contar con un control de toda la información necesaria, las dificultades para su evaluación serían prácticamente mínimas (Pizarro, 1993, p.29).

### **3.2. Cómo completar un registro con datos faltantes**

Los datos climáticos que contienen una variable “  $Y_i$  ” observada en una estación dada, son a menudo incompletos debido a interrupciones más o menos cortas en las observaciones.

Las interrupciones pueden ocurrir debido a muchas causas, entre las más frecuentes están el mal funcionamiento o el daño de los instrumentos durante cierto periodo.

En caso de tropezar con registros que incluyan datos faltantes, se puede completar estos registros a partir de observaciones “  $X_i$  ” de otra estación próxima y confiable. Sin embargo, para utilizar el registro que contiene los datos “  $X_i$  ” y así completar el registro que contiene las observaciones “  $Y_i$  ”, ambos registros deben ser homogéneos, es decir que necesitan representar las mismas condiciones. El procedimiento para completar los registros con datos faltantes se aplica después de una prueba de homogeneidad y de que se haya realizado cualquier corrección necesaria en caso de identificarse que ambos registros de datos no son

homogéneos. El método de sustitución propuesto en esta parte del texto consiste en aplicar un análisis de regresión.

### **3.2.1 Análisis de la homogeneidad y consistencia de series de datos**

#### **3.2.1.1 *Datos homogéneos***

Los datos climáticos obtenidos en una determinada estación meteorológica durante un periodo de varios años puede que no sean homogéneos, es decir, el registro de un dato climático en particular puede presentar un cambio repentino en su media y por consecuencia se va a tener una variación con referencia a los datos obtenidos anteriormente.

Este problema puede suceder debido a varias causas, algunas de estas están relacionadas con la operación y mantenimiento que puedan tener los instrumentos de medición o también se da por las condiciones que han ido variando en el lugar donde se ubica la estación que realiza la medición.

El proceso de recolección de datos puede tener variaciones por diversos factores entre los que se distinguen:

- Cambio del tipo de sensor o de instrumento.
- Cambio del observador o cambio en la hora de observación.
- Datos perdidos por descuido del observador.
- Deterioro de los sensores.
- Uso de coeficientes de calibración incorrectos.
- Variación en el suministro de energía o en el comportamiento electrónico de los instrumentos.

- Creciente de árboles o de cultivos así como la construcción de edificaciones próximas a algún instrumento de medida.
- Cambio de localización de la estación meteorológica.

Todos estos aspectos van a servir para poder realizar un mapa de información climatológica, como el que se muestra en la (figura 5).



Figura 5. Zonas homogéneas: Mapa climático del Perú  
Fuente: SENAMHI, 2017

Estos factores provocan que las mediciones realizadas antes del cambio pertenezcan a una población estadísticamente diferente a la de los datos recogidos después de los problemas producidos por los factores mencionados anteriormente. Es por lo tanto necesario aplicar técnicas apropiadas para evaluar si un registro dado se puede considerar homogéneo y, si no, introducir las correcciones necesarias. Para tal efecto se requiere la identificación de cual sub serie de datos debe ser corregida y para ello se necesita contar con información local.

### ***3.2.1.2. Consistencia de información de datos***

El proceso de realizar la consistencia de datos hidrológicos es muy importante para poder utilizar los métodos de completación de datos hidrológicos faltantes. Se basan en la comparación estadística de dos registros, uno considerado y constituido por las observaciones “ $X_i$ ” el otro el que está bajo análisis y constituido por las observaciones “ $Y_i$ ” de la misma variable climática (Tmax, Tmin, pmin, pmáx, etc). Ambos registros “ $X_i$ ” y “ $Y_i$ ” deben provenir de dos estaciones ubicadas en la misma zona climática, es decir, “ $X_i$ ” y “ $Y_i$ ” debe presentar las mismas tendencias en tiempo.

Las observaciones de referencia se seleccionan de una estación meteorológica para la cual el registro se pueda considerar homogéneo. El registro “ $X_i$ ” debe tener el mismo periodo de observaciones que el registro “ $Y_i$ ” .En la tabla siguiente se realizara la evaluación de consistencia entre estaciones climatológicas de la estación Punta de Coles con 3 estaciones vecinas.

**Tabla 1**  
Precipitación cuatro estaciones de Moquegua

Año	Precipitaciones promedio anual (mm)			
	Estaciones			
	Punta de Coles	Yacango	Valle de Moquegua	Valle de Ilo
1989	0,2	5,1	0,1	0,0
1991	0,3	0,0	0,0	0,0
1992	0,0	0,0	0,0	0,0
1993	2,6	0,0	0,0	0,0
1994	0,4	0,0	0,0	0,0
1995	0,6	20,9	2,6	0,0
1996	0,0	2,7	0,3	0,0
1997	4,4	8,6	1,7	0,2
1998	3,7	1,2	0,8	0,2
1999	1,8	8,4	1,4	0,1
2000	0,7	9,4	2,6	0,1
2001	1,3	4,8	1,4	0,1
2002	6,3	4,0	1,5	0,3
2003	2,8	0,9	0,1	0,0
2004	2,4	3,0	0,9	0,1
2005	0,5	1,4	0,4	0,0
2006	1,6	2,3	0,5	0,2
2008	0,0	3,8	1,4	0,1

Fuente: Proyecto Especial Regional Pasto Grande (PERPG), 2008

Se desarrollara la curva de doble masa el cual en eje “X” se colocara datos de la estación completa y en “Y” datos de la estación a evaluar la consistencia, teniendo en cuenta que los datos deben tener sus pares, es decir estar completos de información y el coeficiente de correlación debe ser  $> 0,7$ . Para considerarlo apto para realizar la completación de datos hidrológicos faltantes en una estación “X”.

Para este proceso nos apoyamos en el programa Excel para realizarlo de una forma más rápida. Quedando los datos como muestra la tabla y seguidamente utilizando dispersión de puntos se analizara la figura 6.

**Tabla 2**  
*Consistencia estación valle Moquegua - estación Yacango*

Año	Estación valle Moquegua	Estación Yacango	Porcentaje de precipitación acumulada valle Moquegua	Porcentaje de precipitación acumulada Yacango
1989	0,1	5,1	0,5	6,6
1991	0,1	5,1	0,5	6,6
1992	0,1	5,1	0,5	6,6
1993	0,1	5,1	0,5	6,6
1994	0,1	5,1	0,5	6,6
1995	2,7	26,0	17,0	34,0
1996	3,0	28,7	19,1	37,5
1997	4,7	37,2	30,1	48,7
1998	5,5	38,4	35,4	50,3
1999	6,9	46,9	44,3	61,3
2000	9,5	56,3	61,1	73,6
2001	10,9	61,0	69,8	79,8
2002	12,4	65,0	79,2	85,0
2003	12,4	65,9	79,5	86,2
2004	13,3	68,9	85,4	90,1
2005	13,7	70,3	87,8	92,0
2006	14,2	72,6	90,8	95,0
2008	15,6	76,4	100,0	100,0

Fuente: PERPG, 2016

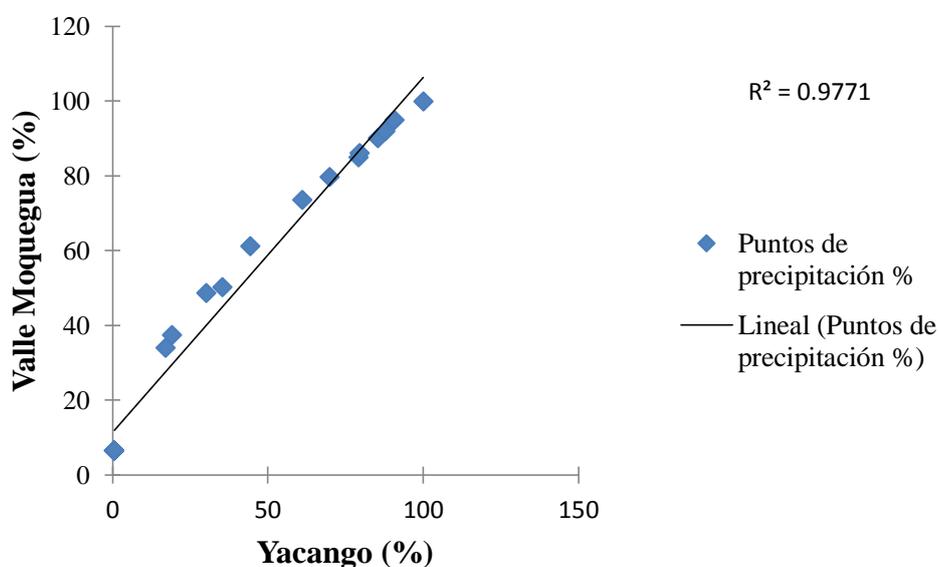
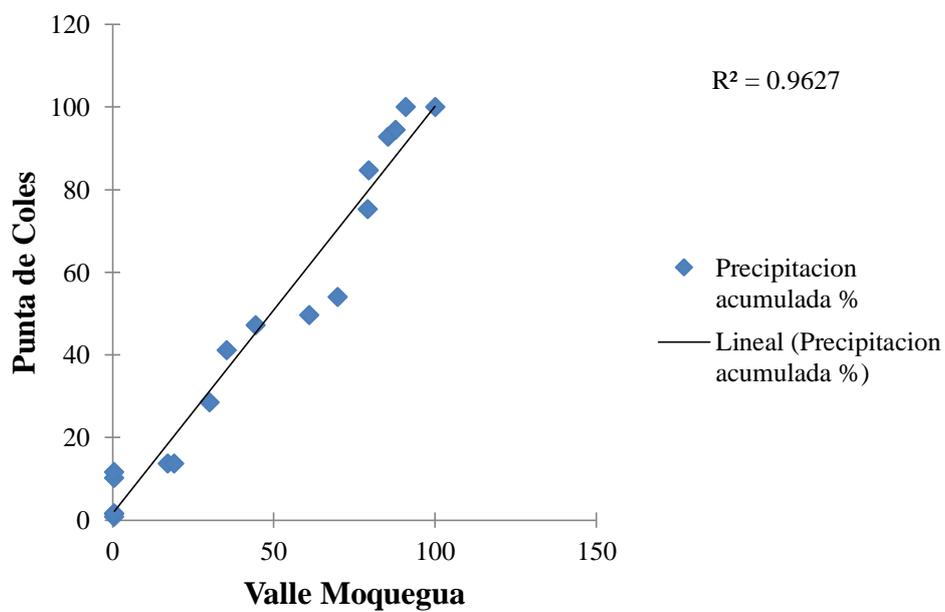


Figura 6. Correlación de estaciones Punta de Coles – Yacango

**Tabla 3***Consistencia estación estación valle Moquegua -Punta de Coles*

Año	Estación valle Moquegua	Punta de Coles	Porcentaje de precipitación acumulada Moquegua	Porcentaje de precipitación acumulada Punta Coles
1989	0,1	0,2	0,5	0,7
1991	0,1	0,5	0,5	1,6
1992	0,1	0,5	0,5	1,6
1993	0,1	3,0	0,5	10,2
1994	0,1	3,4	0,5	11,6
1995	2,7	4,1	17,0	13,7
1996	3,0	4,1	19,1	13,7
1997	4,7	8,5	30,1	28,5
1998	5,5	12,2	35,4	41,1
1999	6,9	14,0	44,3	47,2
2000	9,5	14,8	61,1	49,7
2001	10,9	16,0	69,8	54,0
2002	12,4	22,4	79,2	75,2
2003	12,4	25,2	79,5	84,7
2004	13,3	27,6	85,4	92,8
2005	13,7	28,1	87,8	94,4
2006	14,2	29,7	90,8	100,0
2008	15,6	29,7	100,0	100,0

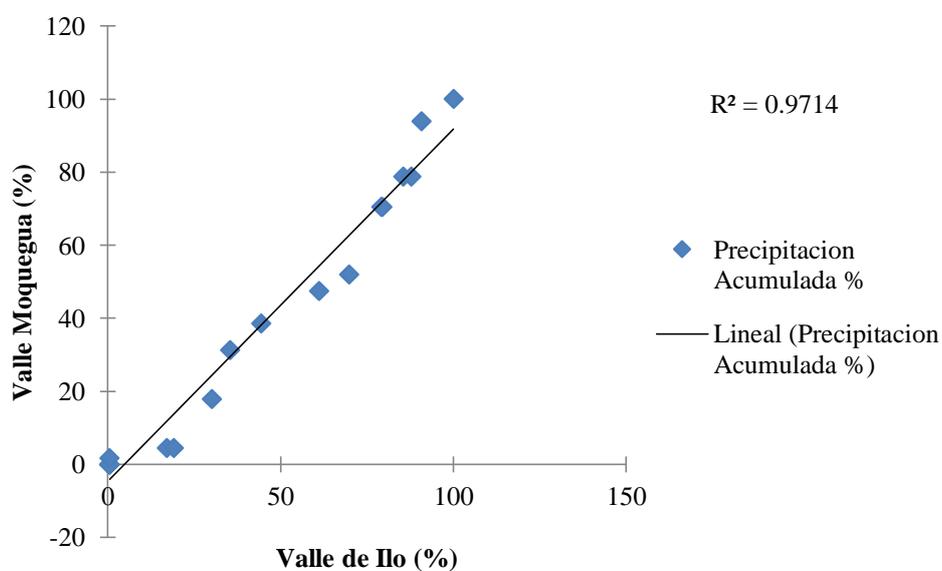
Fuente: PERPG, 2016

*Figura 7. Correlación de estaciones Punta de Coles – Valle Moquegua*

**Tabla 4***Consistencia estación Valle Moquegua - estación valle de Ilo*

Año	Estación valle Moquegua	Estación valle de Ilo	Porcentaje de precipitación acumulada Moquegua	Porcentaje de precipitación acumulada valle de Ilo
1989	0,1	0,0	0,5	0,0
1991	0,1	0,0	0,5	0,0
1992	0,1	0,0	0,5	0,0
1993	0,1	0,0	0,5	0,0
1994	0,1	0,0	0,5	1,7
1995	2,7	0,1	17,0	4,5
1996	3,0	0,1	19,1	4,5
1997	4,7	0,3	30,1	17,9
1998	5,5	0,5	35,4	31,3
1999	6,9	0,6	44,3	38,5
2000	9,5	0,7	61,1	47,5
2001	10,9	0,8	69,8	52,0
2002	12,4	1,1	79,2	70,4
2003	12,4	1,1	79,5	70,4
2004	13,3	1,2	85,4	78,8
2005	13,7	1,2	87,8	78,8
2006	14,2	1,4	90,8	93,9
2008	15,6	1,5	100,0	100,0

Fuente: PERPG, 2016

*Figura 8. Correlación de estaciones Punta de Coles – valle de Ilo*

### **3.3 Métodos para la completación de datos hidrológicos faltantes**

La completación de datos es imprescindible cuando se trabaja con series, en las cuales el período debe ser continuo. Para la determinación de los datos faltantes, se utilizan diversos métodos, los cuales normalmente se basan en fórmulas empíricas, donde se relacionan determinadas variables hidrológicas que independientemente de su base teórica, responden a la estructura de un estudio estadístico de correlación entre variables y un análisis de regresión múltiple (Mintegui y López, 1990.p. 154).

“Dentro de los métodos utilizados para la completación de datos, se puede citar el que utiliza la oficina del censo de los Estados Unidos. Éste consiste en asignar al dato ausente, un valor tomado al azar de entre los restantes eventos que tienen idéntica respuesta en el resto del cuestionario; si eventualmente no existiese otro igual, se introduce una distancia entre cuestionarios, y se busca aquel que diste menos (López, 2000.p 89).

El método anteriormente señalado, no es totalmente aplicable en sistemas hidrológicos, ya que como las precipitaciones se explican con probabilidades, no se le podría asignar a un valor ausente, el mismo valor de otro evento ausente. Pero sí se puede establecer una relación, entre un dato ausente, con los otros datos de su misma serie.

López (2000) dedica un capítulo para la eliminación de ausencias, en donde, utilizaron una serie de métodos, para solucionar la problemática de la falta de información, los cuales se detallan a continuación:

- **Por proximidad:** Consiste en asignar a cada estación que se desea completar, una lista de estaciones alternativas, de las que se extraen datos faltantes en la original.
- **Por interpolación temporal entre registros:** Se utiliza cuando falte un dato  $x$ ; entonces se buscan el dato anterior y el posterior más próximos, en los que se tenga datos medido en esa estación, y se interpola linealmente.
- **Por interpolación temporal de coeficientes principales:** Se utiliza cuando falta un dato, el que se obtiene con los datos más próximos, anterior y posterior, en todas las demás estaciones estudiadas (se trabaja con matrices y vectores). Se hace notar que en este método se trabaja con el conjunto de las “ $n$ ” estaciones, no con cada una por separado.

El principal resultado que se arrojó este estudio fue establecer que cuando se trabaja con métodos, que se basan en el comportamiento temporal de un fenómeno, pueden distorsionar en forma significativa las características generales de la serie datos, en particular si la cantidad de ausencias es un porcentaje alto del total de la información.

También se tiene otro estudio en el cual se utilizaron métodos de completación de datos faltantes Hidrológicos, donde se plantea que, “para completar las series de datos, se debe contar, con una región o espacio dentro del cual sea aplicable la extensión y relleno de datos. Así la extensión de datos a completar, dependerá de la precisión que se exija para el relleno, de la variable

que se trate y del nivel temporal al cual se pretende completar valores” (CALAC, 2005, p. 29).

Por lo tanto, antes de elegir un método para la completación de datos faltantes se debe revisar la homogeneidad y consistencia de los mismos. Para completar una serie climática o hidrológica, hay que tener en cuenta lo siguiente:

Los métodos de completación de datos faltantes hidrológicos que se presenta en esta investigación, son los siguientes:

- **Completación por regresión lineal:** Este método consiste en la estimación del dato faltante a partir de regresiones lineales; se aplica con una o varias estaciones cercanas, que cuenten con una serie confiable de observaciones durante un periodo compartido.
- **Completación por razones de distancias:** Se utiliza, si en una zona plana se cuenta con dos estaciones completas y una estación incompleta, se completan datos en función de la distancia.
- **Completación por promedios vecinales:** En este método se debe utilizar una disposición de las estaciones triangular, en donde, la estación con carencia de información, debe quedar en el centro de éste triángulo, la precipitación se obtiene mediante un promedio de las estaciones vecinas.
- **Completación por correlación con estaciones vecinas:** Este método incorpora la ponderación de precipitaciones, en función de los coeficientes de correlación obtenidos entre los registros de la estación estaciones vecinas.

Por último y siguiendo con lo anterior, se puede establecer que si bien existen diversos métodos que pueden ser utilizados en nuestra región, esta Investigación

se basó en los métodos de completación de datos que UNESCO-ROSTLAC, 1982, dentro del marco de la elaboración del "Balance Hídrico para América Latina y el Caribe", propuso para la estimación de la precipitación puntual, cuando hay carencia de información.

### 3.3.1 Completación por regresión lineal

Este método es uno de los más utilizados; se recomienda para la estimación de datos mensuales y anuales de la estación "X" en estudio y las de una estación pluviométrica cercana que cuente con una estadística consistente y observada.

Se requiere establecer una correlación lineal entre una estación patrón y la estación que tenga carencia de información, mediante una ecuación lineal de dos variables.

El procedimiento para sustituir o completar datos en un registro incompleto puede ser resumido como sigue:

- Selección de una estación meteorológica próxima a la analizada en la que la duración del registro cubra todos los periodos en lo que falten datos en la estación analizada.
- Caracterización de los registros de la estación próxima, "  $X_i$ " y de la estación cuyos datos no son completos, "  $Y_i$ " por medio del cálculo de la media "  $\bar{x}$  " y de la desviación estándar "  $s_x$  " del registro "  $X_i$ ".

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n \dots\dots\dots \text{Ecuación (1)}$$

$$s_x = \left( \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / (n-1) \right)^{1/2} \dots\dots\dots \text{Ecuación (2)}$$

y la media “ $\bar{y}$ ” y la desviación estándar “ $s_y$ ” del registro “ $Y_i$ ”:

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i / n \dots\dots\dots \text{Ecuación (3)}$$

$$s_y = \left( \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 / (n-1) \right)^{1/2} \dots\dots\dots \text{Ecuación (4)}$$

Para los períodos en los que los datos en ambos registros están presentes, donde “ $x_i$ ” y “ $y_i$ ” son observaciones individuales de los registros “ $X_i$ ” y “ $Y_i$ ”, y “ $n$ ” es el número de observaciones de cada registro.

- Cálculo de una regresión de  $y$  con “ $x$ ” para los períodos en que los datos en ambos registros están presentes:

$$\hat{y}_i = a + bx_i \dots\dots\dots \text{Ecuación (5)}$$

Con

$$b = \frac{\text{cov}_{xy}}{s_x^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación (6)}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \dots \dots \dots \text{Ecuación (7)}$$

Donde “a” y “b” son constantes de regresión, y “ $cov_{xy}$ ” es la covarianza entre “ $X_i$ ” y “ $Y_i$ ”. Se deben representar todos los puntos “ $x_i$ ” y “ $y_i$ ” y la línea de regresión para el rango de valores observados. Si las desviaciones con respecto a la línea de regresión incrementan a medida que aumenta y, entonces la sustitución o estimación no es recomendable porque ésta desviación indica que las dos localidades tienen un diverso comportamiento con respecto a la variable analizada en particular, y que podrían no ser homogéneas. En este caso, se debe seleccionar otra estación próxima.

- Cálculo del coeficiente de correlación “r” :

$$r = \frac{cov_{xy}}{s_x s_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\left( \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots \text{Ecuación (8)}$$

Un “ $r^2$ ” alto ( $r^2 \geq 0,7$ ) y un valor de “b” que está dentro del rango  $0,7 \leq b \leq 1,3$ , indica buenas condiciones de los datos y quizás suficiente homogeneidad como para sustituir datos que faltan en la serie incompleta de datos. Los parámetros “ $r^2$ ” y “b” se pueden utilizar como criterios para seleccionar la mejor estación próxima en caso de contar con disponibilidad de datos de más de una estación.

- Cálculo de los datos para los períodos faltantes  $k = n + 1, n + 2, \dots, m$  usando la ecuación de regresión caracterizada por los parámetros “a” y “b” (Ecuaciones 6 y 7), entonces:

$$\hat{y}_k = a + bx_k \dots \dots \dots \text{Ecuación (9)}$$

- El registro completo con dimensión m ahora será:

$$Y_j = y_i$$

$$Y_j = \hat{y}_k \dots \dots \dots \text{Ecuación (10)}$$

Observe que las estimaciones tomadas de las ecuaciones de regresión son también útiles para predecir la evapotranspiración. Sin embargo, no pueden ser tratadas como variables al azar.

Este método, a pesar de ser de muy fácil aplicación, no puede ser aplicado indiscriminadamente, dado que es necesario saber si la calidad del ajuste es buena o mala. Una mala calidad del ajuste, puede llevar a la generación de información sin consistencia, lo cual en lugar de mejorar la situación, la empeora por la agregación estadística de datos no representativos de la realidad a la que se pretende estimar.

Por esta razón, es posible utilizar el coeficiente de correlación como una forma de establecer la calidad de los datos. Con la determinación del coeficiente de correlación “r”, se puede estimar el grado de correlación lineal que existe entre las estaciones en estudio, y cuyo valor oscila entre  $-1 \leq r \leq 1$ , donde el valor

“0” indica una correlación nula, en tanto los valores 1 y -1, denotan una correlación total.

En términos hidrológicos se considera aceptable una regresión cuyo valor de “r” está entre  $\pm 0,7$  Además deben utilizarse distintos métodos estadísticos, que permitan evaluar la calidad de los ajustes obtenidos.

### 3.3.2. Completación por razones de distancias

Este método se utiliza para la estimación de datos menores de un año, en zonas planas no montañosas; las estaciones deben tener una disposición espacial lineal como la de la figura 9.

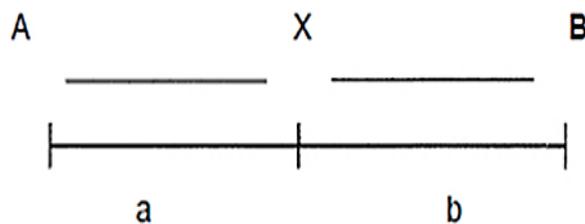


Figura 9. Disposición espacial para la completación por razones de distancia  
Fuente: Pizarro, 1993

Donde

X = Representa la posición de una estación con carencia de información.

A y B = Señala la presencia de estaciones con información completa.

a y b = Representa la distancia sobre un plano desde la estación “X”.

La estación de la que se busca realizar la completación de datos debe estar entre dos estaciones que presenten información completa. En este caso es posible utilizar la siguiente expresión:

$$P_X = P_A + a * [(P_B - P_A) / (a + b)] \dots \dots \dots \text{Ecuación (11)}$$

Donde:

$P_X$ ,  $P_A$ ,  $P_B$ , representan la precipitación para las estaciones X, A y B, respectivamente, para el período en estudio.

En este método se ocupan las precipitaciones y las distancias, por lo tanto se debe asumir una variación lineal de las precipitaciones, en función de las distribuciones.

### 3.3.3. Completación por promedios vecinales

Se utiliza para la completación de datos menores de un año, en zonas planas no montañosas. Se debe considerar la distribución espacial en donde la estación con carencia de datos, queda ubicada al centro de tres estaciones con estadística completa, como se muestra en la figura 10 (UNESCO, 1982, p.52).

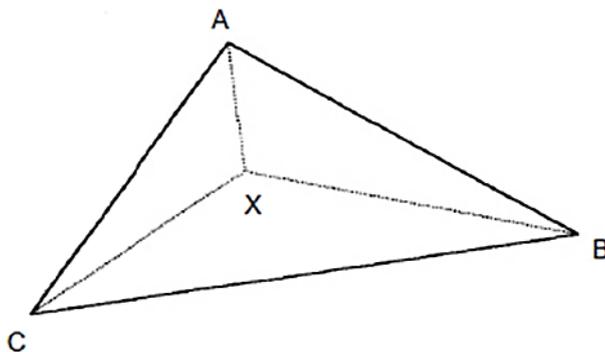


Figura 10. Disposición espacial para la completación de datos por promedios vecinales  
Fuente: Pizarro, 1993

Donde:

X, A, B y C representan la disposición espacial de cuatro estaciones pluviométricas, y donde la estación “x” es la que presenta carencia de información.

De cumplir con esto, es posible la utilización de la siguiente expresión para estimar las precipitaciones.

$$P_x = \sum_{i=1}^N P_i/n \dots\dots\dots \text{Ecuación (12)}$$

Donde:

$P_i$  = Precipitación de la estación i en el período de estudio.

$n$  = Número total de estaciones.

Este método es básicamente una estimación que resulta, del cálculo de un promedio aritmético en las “n” estaciones vecinas existentes.

#### 3.4.4 Completación por razones promedio

Es complementario al método anterior, y se define por la siguiente base conceptual. Si en una zona cualquiera, la precipitación normal de la estación “X”, difiere en más de un 10 % con alguna de las estaciones vecinas, entonces es necesario aplicar la siguiente ecuación:

$$P_x = \frac{\bar{P}_x}{N} * \left[ \frac{P_x}{P_A} + \frac{P_x}{P_B} + \dots + \frac{P_x}{P_N} \right] \dots\dots\dots \text{Ecuación(13)}$$

Donde:

$\bar{P}_x, \bar{P}_A, \bar{P}_B \dots \bar{P}_N$  = promedio normal de las precipitaciones anuales registradas en un período común para las “N” estaciones y la estación “X”.

$PX$  = precipitación promedio solo con las filas que tengan datos.

Lo que se logra al aplicar este método, es realizar una estimación para la estación faltante, en función de las relaciones entre precipitaciones de un período en estudio y las precipitaciones normales (Pizarro, 1993).

Cabe señalar que se entiende por precipitación normal, el promedio de los últimos treinta años; de no contarse con los registros de esta duración, bastará con utilizar los existentes en términos promedio.

### 3.3.5. Completación por correlación con estaciones vecinas

Este método incorpora la ponderación de precipitaciones, en función de los coeficientes de correlación obtenidos entre los registros de la estación con datos faltantes y las estaciones vecinas. Este método completa la información que se realiza en la regresión lineal.

Aquí se utilizan las precipitaciones estimadas a partir de correlaciones entre la estación con carencia de datos y cada una de las estaciones vecinas, y los coeficientes de correlación entre los registros de la estación con falta de información y las estaciones vecinas. Su expresión matemática es la siguiente:

$$PX = \frac{PXA * rXA + PXB * rXB + \dots + PXN * rXN}{rXA + rXB + \dots + rXN} \dots \dots \dots \text{Ecuación(14)}$$

Donde:

$PX$  = Valor estimado de precipitación en “X”.

$PXi$  = Valor estimado de precipitación en “X”, a partir de las correlaciones con cada una de las / estaciones.

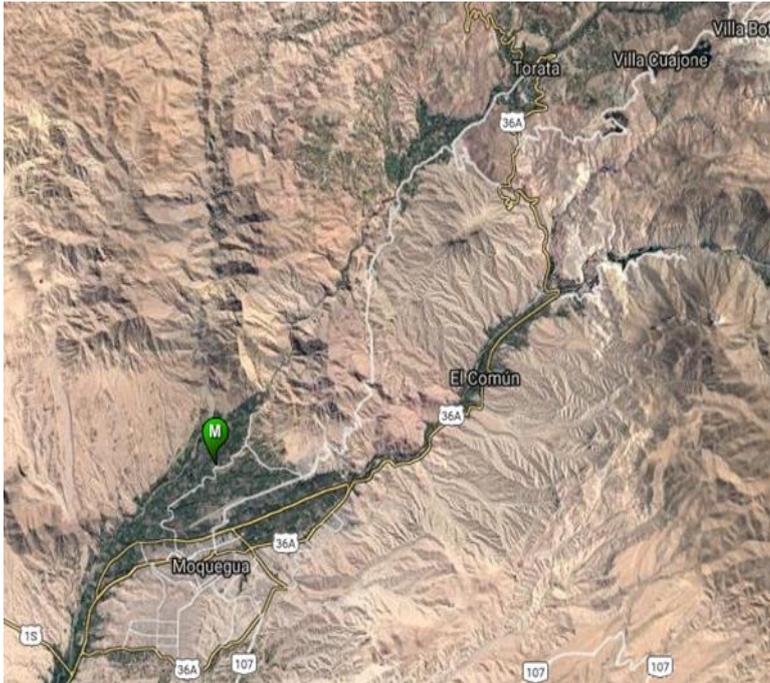
$rXi$  = Coeficiente de correlación entre los registros de la estación “X”, y cada una de las “i” estaciones.

A, B, ...,N= Estaciones consideradas.

Para realizar lo ejemplos de aplicación de estos métodos de completación de datos hidrológicos faltantes, se ha recopilado información de las estaciones Meteorológicas de Moquegua: Punta de Coles, Valle de Ilo, Valle Moquegua y Valle Yacango como se muestra a continuación en las figura 11 y figura 12.



Figura 11. Ubicación de las estaciones Punta de Coles y valle de Ilo  
Fuente: SENAMHI, 2017



*Figura 12.* Ubicación de las estaciones valle Moquegua  
Fuente: SENAMHI, 2017

### **3.5. Caso práctico**

#### **3.5.1 Ejercicio N° 01, utilizando el método de razones promedio**

Utilizando el método de razones promedio, se desea determinar la precipitación total del año 2009 en la estación Punta de Coles, teniendo como información los datos de las estaciones Yacango, Valle de Ilo, Valle Moquegua, empleando los datos de la tabla 1.

**Tabla 5***Precipitación promedio en 20 años cuatro estaciones de Moquegua*

Año	Estación Punta de Coles promedio anual	Estación de Yacango promedio anual	Estación valle de Moquegua promedio anual	Estación valle de Ilo promedio anual
1989	0,2	5,1	0,1	0,0
1990	0,6	0,5	?1	0,2
1991	0,3	0,0	0,0	0,0
1992	0,0	0,0	0,0	0,0
1993	2,6	0,0	0,0	0,0
1994	0,4	0,0	0,0	0,0
1995	0,6	20,9	2,6	0,0
1996	0,0	2,7	0,3	0,0
1997	4,4	8,6	1,7	0,2
1998	3,7	1,2	0,8	0,2
1999	1,8	8,4	1,4	0,1
2000	0,7	9,4	2,6	0,1
2001	1,3	4,8	1,4	0,1
2002	6,3	4,0	1,5	0,3
2003	2,8	0,9	0,1	0,0
2004	2,4	3,0	0,9	0,1
2005	0,5	1,4	0,4	0,0
2006	1,6	2,3	0,5	0,2
2007	0,4	4,1	?2	0,0
2008	0,0	3,8	1,4	0,1
<b>prom</b>	<b>1,7</b>	<b>4,2</b>	<b>0,9</b>	<b>0,1</b>

Nota: En los promedios de cada estación no se consideró los años donde faltan los datos a completar

Fuente: PERPG, 2016

Utilizando la ecuación 13, y utilizaremos la estación que mejor coeficiente de correlación tenga. De las figuras 6,7 y 8, Mostradas en la tabla 6.

**Tabla 6***Coefficientes de correlación Valle Moquegua y Estaciones restantes*

Coeficiente de correlación	
	Valle Moquegua
Yacango	0,98
Valle de Ilo	0,97
Punta de Coles	0,96

Dato faltante ?1

$$P_{?1} = \bar{P}_X * \left[ \frac{P_X}{\bar{P}_A} \right]$$

$$P_{?1} = 0,5 * \left[ \frac{0,9}{4,2} \right]$$

$$P_{?1} = 0,1 \text{ mm}$$

Dato faltante ?2

$$P_{?2} = \bar{P}_X * \left[ \frac{P_X}{\bar{P}_A} \right]$$

$$P_{?2} = 4,1 * \left[ \frac{0,9}{4,2} \right]$$

$$P_{?2} = 0,88 \text{ mm}$$

### 3.5.2 Ejercicio N° 02, utilizando el método de regresión lineal

Completar los datos faltantes de la estación valle Moquegua mediante el método de regresión lineal. Datos de precipitaciones anuales de las estaciones climatológicas Punta de Coles, Yacango, valle de Moquegua, valle de Ilo, como se muestra en la tabla 7.

**Tabla 7***Datos de precipitaciones de estaciones en Moquegua 1989-2008*

Año	Precipitaciones promedio anual (mm)			
	Estación Punta de Coles	Estación de Yacango	Estación valle de Moquegua	Estación valle de Ilo
1989	0,2	5,1	0,1	0,0
1990	0,6	0,5	?	0,2
1991	0,3	0,0	0,0	0,0
1992	0,0	0,0	0,0	0,0
1993	2,6	0,0	0,0	0,0
1994	0,4	0,0	0,0	0,0
1995	0,6	20,9	2,6	0,0
1996	0,0	2,7	0,3	0,0
1997	4,4	8,6	1,7	0,2
1998	3,7	1,2	0,8	0,2
1999	1,8	8,4	1,4	0,1
2000	0,7	9,4	2,6	0,1
2001	1,3	4,8	1,4	0,1
2002	6,3	4,0	1,5	0,3
2003	2,8	0,9	0,1	0,0
2004	2,4	3,0	0,9	0,1
2005	0,5	1,4	0,4	0,0
2006	1,6	2,3	0,5	0,2
2007	0,4	4,1	?	0,0
2008	0,0	3,8	1,4	0,1

Nota: A=Punta de Coles B=Yacango C=Valle Moquegua D= Ilo

Por medio del método de regresión lineal se hallaran los datos faltantes de la estación C, para ello relacionaremos cada una de las otras tres estaciones (A; B; D) con la estación C.

- Relación entre la estación completa “A” – Estación incompleta “C”, relación de las columnas A y C. como se muestra en la tabla 8.

**Tabla 8***Relación entre tablas A y C, Método de Regresión Lineal*

	A	C	X-Xm	Y-Ym	(X-Xm)(Y-Ym)	(X-Xm) <sup>2</sup>	(Y-Ym) <sup>2</sup>
	0,2	0,1	-1,31	-0,78	1,03	1,73	0,61
	0,6		-0,97			0,95	
	0,3	0,0	-1,28	-0,87	1,11	1,64	0,75
	0,0	0,0	-1,53	-0,87	1,33	2,34	0,75
	2,6	0,0	1,04	-0,87	-0,90	1,09	0,75
	0,4	0,0	-1,14	-0,87	0,99	1,30	0,75
	0,6	2,6	-0,91	1,71	-1,55	0,82	2,92
	0,0	0,3	-1,53	-0,55	0,84	2,34	0,30
	4,4	1,7	2,88	0,86	2,47	8,28	0,74
	3,7	0,8	2,20	-0,05	-0,11	4,85	0,00
	1,8	1,4	0,29	0,53	0,16	0,09	0,28
	0,7	2,6	-0,80	1,74	-1,39	0,64	3,03
	1,3	1,4	-0,25	0,50	-0,12	0,06	0,25
	6,3	1,5	4,78	0,59	2,83	22,82	0,35
	2,8	0,1	1,28	-0,82	-1,04	1,63	0,67
	2,4	0,9	0,88	0,06	0,05	0,77	0,00
	0,5	0,4					
	1,6	0,5	0,11	-0,39	-0,04	0,01	0,15
	0,4		-1,18			1,39	
	0,0	1,4	-1,52	0,57	-0,86	2,32	0,32
Σ	30,62	15,60			4,77	55,08	12,64

$A=X$

$C=Y$

$n_x=20$

$n_y=18$

$\bar{x}=1,53$

$\bar{y}=0,87$

$$s_x = \left( \sum_{i=1}^n \frac{55,08}{(20-1)} \right)^{1/2} = 1,45$$

$$s_y = \left( \sum_{i=1}^n \frac{12,64}{(18-1)} \right)^{1/2} = 0,37$$

$$b = \frac{4,77}{55,08} = 0,09$$

$$a = 0,87 - 0,09 * 1,53 = 0,73$$

$$\hat{y}_k = a + bx_k$$

$$x_k = 0,6 \quad y_k = 0,78 \text{ mm}$$

$$x_k = 0,4 \quad y_k = 0,76 \text{ mm}$$

$$r = \frac{4,77}{(55,08 * 12,64)^{0,5}} = 0,18$$

- Relación entre la estación completa “B” – estación incompleta “C” como se muestra en la tabla 9.

**Tabla 9**  
Relación entre tablas B y C

B	C	X-Xm	Y-Ym	(X-Xm)(Y-Ym)	(X-Xm) <sup>2</sup>	(Y-Ym) <sup>2</sup>
5,1	0,1	1,01	-0,78	-0,79	1,03	0,61
0,5		-3,55			12,62	
0,0	0,0	-4,05	-0,87	3,51	16,42	0,75
0,0	0,0	-4,05	-0,87	3,51	16,42	0,75
0,0	0,0	-4,05	-0,87	3,51	16,42	0,75
0,0	0,0	-4,05	-0,87	3,51	16,42	0,75
20,9	2,6	16,86	1,71	28,81	284,41	2,92
2,7	0,3	-1,38	-0,55	0,76	1,90	0,30
8,6	1,7	4,50	0,86	3,86	20,23	0,74
1,2	0,8	-2,83	-0,05	0,14	7,99	0,00
8,4	1,4	4,39	0,53	2,34	19,27	0,28
9,4	2,6	5,34	1,74	9,30	28,51	3,03
4,8	1,4	0,71	0,50	0,35	0,50	0,25
4,0	1,5	-0,07	0,59	-0,04	0,00	0,35
0,9	0,1	-3,19	-0,82	2,61	10,20	0,67
3,0	0,9	-1,01	0,06	-0,06	1,02	0,00
1,4	0,4					
2,3	0,5	-1,71	-0,39	0,67	2,93	0,15
4,1		0,05			0,00	
3,8	1,4	-0,24	0,57	-0,14	0,06	0,32
$\Sigma$ 81,04	15,60			61,86	456,35	12,64

$$A=X \quad C=Y \quad n_x=20 \quad n_y=18$$

$$\bar{x} = 4,05 \quad \bar{y} = 0,87$$

$$s_x = \left( \sum_{i=1}^n 456,35 / (20-1) \right)^{1/2} = 12,01$$

$$s_y = \left( \sum_{i=1}^n 12,64 / (18-1) \right)^{1/2} = 0,37$$

$$b = \frac{61,86}{456,35} = 0,14$$

$$a = 0,87 - 0,14 * 4,05 = 0,32$$

$$\hat{y}_k = a + bx_k$$

$$x_k = 0,5 \quad y_k = 0,39 \text{ mm}$$

$$x_k = 4,1 \quad y_k = 0,87 \text{ mm}$$

$$r = \frac{61,86}{(456,35 * 12,64)^{0,5}} = 0,81$$

- Relación entre la estación completa “D” – estación incompleta “C” como se muestra en la tabla 10.

**Tabla 10**  
Relación entre tablas D y C

D	C	X-Xm	Y-Ym	(X-Xm)(Y-Ym)	(X-Xm) <sup>2</sup>	(Y-Ym) <sup>2</sup>
0,0	0,1	-0,09	-0,78	0,07	0,01	0,61
0,2		0,12			0,02	
0,0	0,0	-0,09	-0,87	0,07	0,01	0,75
0,0	0,0	-0,09	-0,87	0,07	0,01	0,75
0,0	0,0	-0,09	-0,87	0,07	0,01	0,75
0,0	0,0	-0,06	-0,87	0,05	0,00	0,75
0,0	2,6	-0,04	1,71	-0,07	0,00	2,92
0,0	0,3	-0,09	-0,55	0,05	0,01	0,30
0,2	1,7	0,11	0,86	0,10	0,01	0,74
0,2	0,8	0,11	-0,05	-0,01	0,01	0,00
0,1	1,4	0,02	0,53	0,01	0,00	0,28
0,1	2,6	0,05	1,74	0,08	0,00	3,03
0,1	1,4	-0,02	0,50	-0,01	0,00	0,25
0,3	1,5	0,19	0,59	0,11	0,04	0,35
0,0	0,1	-0,09	-0,82	0,07	0,01	0,67
0,1	0,9	0,04	0,06	0,00	0,00	0,00
0,0	0,4					
0,2	0,5	0,14	-0,39	-0,05	0,02	0,15
0,0		-0,08			0,01	
0,1	1,4	0,01	0,57	0,00	0,00	0,32
Σ	1,71	15,60		0,63	0,16	12,64

$$A = X \qquad C = Y \qquad n_x = 20 \qquad n_y = 18$$

$$\bar{x} = 0,09 \qquad \bar{y} = 0,87$$

$$s_x = \left( \sum_{i=1}^n 0,16 / (20-1) \right)^{1/2} = 0,004$$

$$s_y = \left( \sum_{i=1}^n 12,64 / (18-1) \right)^{1/2} = 0,37$$

$$b = \frac{0,63}{0,16} = 3,99$$

$$a = 0,87 - 3,99 * 0,09 = 0,53$$

$$\hat{y}_k = a + bx_k$$

$$x_k = 0,2$$

$$y_k = 1,36 \text{ mm}$$

$$x_k = 0,0$$

$$y_k = 0,57 \text{ mm}$$

$$r = \frac{0,63}{(0,16 * 12,64)^{0,5}} = 0,44$$

### 3.5.3 Ejercicio N° 03, utilizando el método de razones de distancias

Completar los datos faltantes de la estación valle Moquegua mediante el método de razones de distancias. Datos de precipitaciones anuales de las estaciones climatológicas Punta de Coles, Yacango, valle de Moquegua, valle de Ilo, como se muestra en la tabla 7. Para ello tenemos en la tabla 12 las distancias entre estaciones.

**Tabla 11***Datos de precipitaciones de estaciones en Moquegua 1989-2008*

Año	Precipitaciones promedio anual (mm)			
	Estaciones			
	Punta de Coles	Yacango	Valle de Moquegua	Valle de Ilo
1989	0,2	5,1	0,1	0,0
1990	0,6	0,5	X1	0,2
1991	0,3	0,0	0,0	0,0
1992	0,0	0,0	0,0	0,0
1993	2,6	0,0	0,0	0,0
1994	0,4	0,0	0,0	0,0
1995	0,6	20,9	2,6	0,0
1996	0,0	2,7	0,3	0,0
1997	4,4	8,6	1,7	0,2
1998	3,7	1,2	0,8	0,2
1999	1,8	8,4	1,4	0,1
2000	0,7	9,4	2,6	0,1
2001	1,3	4,8	1,4	0,1
2002	6,3	4,0	1,5	0,3
2003	2,8	0,9	0,1	0,0
2004	2,4	3,0	0,9	0,1
2005	0,5	1,4	0,4	0,0
2006	1,6	2,3	0,5	0,2
2007	0,4	4,1	X2	0,0
2008	0,0	3,8	1,4	0,1

**Tabla 12***Datos de distancia entre cada una de las estaciones*

Distancia entre estaciones de Moquegua				
	Punta de Coles	Valle de Ilo	Valle Moquegua	Yacango
Punta de Coles	0			
Valle de Ilo	12	0		
Valle Moquegua	75	63	0	
Yacango	85	73	10	0

**Tabla 13***Correlación entre todas las estaciones*

Coeficiente de correlación entre estaciones				
	Punta de Coles	Valle de Ilo	Valle Moquegua	Yacango
Punta de Coles	1			
Valle de Ilo	0,98	1		
Valle Moquegua	0,96	0,97	1	
Yacango	0,91	0,91	0,98	1

Se va utilizar dos estaciones aparte de la que está en evaluación para la completación de datos faltantes, para ello se escogerán la de mayor correlación.

Para PX1 tenemos:

$$PA = \text{Yacango} = 0,5$$

$$PB = \text{Valle de Ilo} = 0,2$$

$$a = 10 \text{ km}$$

$$b = 63 \text{ km}$$

De la ecuación número 11, tenemos

$$PX1 = PA + a * [(PB - PA) / (a + b)]$$

$$PX1 = 0,5 + 10 * [(0,2 - 0,5) / (10 + 63)]$$

$$PX1 = 0,46$$

Para PX2 tenemos:

$$PA = \text{Yacango} = 4,1$$

$$PB = \text{Valle de Ilo} = 0,0$$

$$a = 10 \text{ km}$$

b= 63 km

De la ecuación número 11, tenemos

$$PX2= PA + a*[(PB - PA)/(a + b)]$$

$$PX2= 4,1 + 10*[(0,0 - 4,1)/(10 + 63)]$$

$$PX2= 3,53$$

### 3.5.4 Ejercicio N° 04, utilizando el método correlación con estaciones vecinas

Completar los datos faltantes de la estación Valle Moquegua mediante el método de correlación con estaciones vecinas. Datos de precipitaciones anuales de las estaciones climatológicas Punta de Coles, Yacango, Valle de Moquegua, Valle de Ilo.

Utilizaremos la ecuación número 14.

$$PX = \frac{PXA*rXA + PXB*rXB + \dots + PXN*rXN}{rXA + rXB + \dots + rXN}$$

Para este método se utilizara los datos resultados obtenidos en el método de regresión lineal, quedando un el cuadro de coeficiente de correlación como se muestra en la tabla 13.

**Tabla 14**

*Coeficiente de correlación por regresión lineal estación de estación Moquegua*

---

<b>Coeficiente de correlación regresión lineal</b>			
	<b>Punta de Coles</b>	<b>Valle de Ilo</b>	<b>Yacango</b>
Valle Moquegua	0,18	0,44	0,81

---

De las tablas de regresión lineal sacamos las precipitaciones del año donde faltaba completar datos quedando como se muestra en la tabla 12.

**Tabla 15**

*Precipitaciones en los años 1990 y 2007 a completar estación valle Moquegua*

Precipitaciones en los años 1990 y 2007				
Año	Valle Moquegua	Punta de Coles	Valle de Ilo	Yacango
1990	x1	0,6	0,2	0,5
2007	x2	0,4	0	4,1

Para el año 1990:

$$PX = \frac{0,6*0,18 + 0,2*0,44 + 0,5*0,81}{0,18 + 0,44 + 0,81}$$

$$PX = 0,42 \text{ mm}$$

Para el año 2007:

$$PX = \frac{0,4*0,18 + 0,0*0,44 + 4,1*0,81}{0,18 + 0,44 + 0,81}$$

$$PX = 2,37 \text{ mm}$$

### 3.4. Representación de resultados

Según la evaluación de los métodos de completación de datos hidrológicos faltantes. Se elaboró la tabla 16 donde se ven los resultados por cada método.

**Tabla 16**  
*Datos completados en la estación valle de Moquegua*

<b>Completación estación valle Moquegua</b>				
<b>Año</b>	<b>Método razones promedio</b>	<b>Método razones de distancia</b>	<b>Método de regresión lineal</b>	<b>Método de correlación con estaciones vecinas</b>
1989	0,1	0,1	0,1	0,1
1990	<b>0,1</b>	<b>0,5</b>	<b>0,4</b>	<b>0,4</b>
1991	0,0	0,0	0,0	0,0
1992	0,0	0,0	0,0	0,0
1993	0,0	0,0	0,0	0,0
1994	0,0	0,0	0,0	0,0
1995	2,6	2,6	2,6	2,6
1996	0,3	0,3	0,3	0,3
1997	1,7	1,7	1,7	1,7
1998	0,8	0,8	0,8	0,8
1999	1,4	1,4	1,4	1,4
2000	2,6	2,6	2,6	2,6
2001	1,4	1,4	1,4	1,4
2002	1,5	1,5	1,5	1,5
2003	0,1	0,1	0,1	0,1
2004	0,9	0,9	0,9	0,9
2005	0,4	0,4	0,4	0,4
2006	0,5	0,5	0,5	0,5
2007	<b>0,9</b>	<b>3,5</b>	<b>0,8</b>	<b>2,5</b>
2008	1,4	1,4	1,4	1,4

Para la evaluación de resultados realizaremos la correlación en el programa Excel con los resultados completados con la estación más cercana y mayor correlación la estación Yacango. Como se muestra en la tabla 14.

**Tabla 17***Coefficientes de correlación por los métodos de completación de datos faltantes hidrológicos*

Completación estación valle Moquegua					
Año	Método razones promedio	Método razones de distancia	Método de regresión lineal	Método de correlación con estaciones vecinas	Estación Yacango
1989	0,1	0,1	0,1	0,1	5,1
1990	<b>0,1</b>	<b>0,5</b>	<b>0,4</b>	<b>0,4</b>	0,5
1991	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1992	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1993	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1994	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1995	2,6	2,6	2,6	2,6	20,9
1996	0,3	0,3	0,3	0,3	2,7
1997	1,7	1,7	1,7	1,7	8,6
1998	0,8	0,8	0,8	0,8	1,2
1999	1,4	1,4	1,4	1,4	8,4
2000	2,6	2,6	2,6	2,6	9,4
2001	1,4	1,4	1,4	1,4	4,8
2002	1,5	1,5	1,5	1,5	4,0
2003	0,1	0,1	0,1	0,1	0,9
2004	0,9	0,9	0,9	0,9	3,0
2005	0,4	0,4	0,4	0,4	1,4
2006	0,5	0,5	0,5	0,5	2,3
2007	<b>0,9</b>	<b>3,5</b>	<b>0,8</b>	<b>2,5</b>	4,1
2008	1,4	1,4	1,4	1,4	3,8
<b>Coefficiente correlación</b>	<b>R = 0,78</b>	<b>R =0,67</b>	<b>R=0,81</b>	<b>R=0,79</b>	

Al momento de completar los valores se tiene que revisar las estaciones más cercanas a la zona de evaluación a completar, es por ello que la estación de Punta de Coles con valle de Ilo son más alejadas a la estación valle de Moquegua, teniendo coeficientes de correlación menores.

Para fines prácticos se acepta que para valores de  $r$  entre 0,7 y 0,75 la correlación es regular, para valores entre 0,76 y 0,85 la correlación es buena y para valores entre 0,86 y 1,00 la correlación es muy buena.

## CAPÍTULO IV

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 4.1. Conclusiones

**Primera.** De la completación de datos hidrológicos y conociendo los métodos evaluados se concluye que el método de completación por regresión lineal es del que mejores resultados se obtiene, teniendo un coeficiente de correlación de 0,81 el cual es aceptable y se puede trabajar con un gran número de estaciones cerca al punto de análisis.

**Segunda.** Los métodos utilizados para completar la estación de valle de Moquegua nos arrojó que en los años 1990 y 2007, por mejor coeficiente de correlación fueron 0,4 mm y 0,8 mm respectivamente.

**Tercera.** Podemos decir que de todos los métodos el método de razones de distancia, fue el que obtuvo peores resultados, debido a que la información de las estaciones de Moquegua está casi de forma línea.

## **4.2. Recomendaciones**

**Primera.** De la completación de cálculos de métodos faltantes se debería considerar el método que contenga mayor cantidad de estaciones cerca de la estación “X” a evaluar. Así se obtendrán mejores resultados.

**Segunda.** Resultados en la estación valle Moquegua con estimaciones a base de cálculos estadísticos, es por eso que mientras mayor cantidad de registros anuales se tenga, se obtendrá mayor seguridad en los resultados.

**Tercera.** Se debe establecer nuevas normas, para realizar este proceso de completación de datos faltantes hidrológicos, partiendo del cambio climático a nivel nacional y mundial. Puesto que la base de datos que tengamos ya no servirían para realizar este proceso.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aparicio, F. (2003). *Fundamentos de hidrología de superficie*. México: Editorial Limusa S. A. Recuperado de [http://webdelprofesor.ula.ve/ingenieria/adamoreno/HIDRO/Fundamentos\\_de\\_hidrologia\\_de\\_superficie\\_-\\_Aparicio.pdf](http://webdelprofesor.ula.ve/ingenieria/adamoreno/HIDRO/Fundamentos_de_hidrologia_de_superficie_-_Aparicio.pdf)
- Ausensi, P. (2005). *Evaluación de métodos hidrológicos para la completación de datos faltantes*. (Tesis de Pregrado), Bogotá. Recuperado de [http://ctha.utalca.cl/Docs/pdf/Publicaciones/tesis\\_de\\_grado/MEMORIA%20PAULA%20AUSENSI.pdf](http://ctha.utalca.cl/Docs/pdf/Publicaciones/tesis_de_grado/MEMORIA%20PAULA%20AUSENSI.pdf)
- Chow, V.T. (1994). *Hidrología Aplicada*. Recuperado de [http://www.academia.edu/35889624/Ven\\_Te\\_Chow\\_\\_HIDROLOG%C3%8DA\\_APLICADA.pdf](http://www.academia.edu/35889624/Ven_Te_Chow__HIDROLOG%C3%8DA_APLICADA.pdf)
- Custodio, E. y Llamas. (1966). *Hidrología subterránea*. recuperado de <https://www.casadellibro.com/libro-hidrologia-subterranea-t-1/9788428204477/273825>
- Diario Correo. (2015). *Daños causados por huaicos y lluvias en Moquegua*. Recuperado de <https://diariocorreo.pe/edicion/moquegua/imagenes-de-danos-inflingidos-por-huaicos-en-moquegua-fotos-566794/>

Fernández, F. (1995). *Manual de climatología aplicada*. Recuperado de [https://www.todostuslibros.com/libros/manual-de-climatologia aplicada\\_978-84-7738-275-1](https://www.todostuslibros.com/libros/manual-de-climatologia-aplicada_978-84-7738-275-1)

López, C. (2000). *Análisis por componentes principales de datos pluviométricos*. Recuperado de [https://www.academia.edu/8822426/ANALISIS\\_POR\\_COMPONENTES\\_PRINCIPALES\\_DE\\_DATOS\\_PLUVIOMETRICOS\\_B\\_APLICACION\\_A\\_LA\\_ELIMINACION\\_DE\\_AUSENCIAS?auto=download](https://www.academia.edu/8822426/ANALISIS_POR_COMPONENTES_PRINCIPALES_DE_DATOS_PLUVIOMETRICOS_B_APLICACION_A_LA_ELIMINACION_DE_AUSENCIAS?auto=download).

Mintegui, J. y López, F. (1990) *.La ordenación agro hidrológica en la planificación*. Servicio central de publicaciones del gobierno Vasco. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/44337019\\_La\\_ordenacion\\_agrohidrologica\\_en\\_la\\_planificacion\\_Juan\\_Angel\\_Mintegui\\_Aguirre\\_Fernan\\_Lopez\\_Unzu](https://www.researchgate.net/publication/44337019_La_ordenacion_agrohidrologica_en_la_planificacion_Juan_Angel_Mintegui_Aguirre_Fernan_Lopez_Unzu)

PERPG, Proyecto especial regional pasto grande (2016). *Cuadros climatológicos de Moquegua e Ilo actualizados al 2016*

Pizarro, R. (1993). *Elementos técnicos de hidrología III. Proyecto regional mayor sobre uso y conservación de recursos hídricos en áreas rurales de América latina y el Caribe*. Talca. Universidad: de Talca. Recuperado de <http://www.bvsde.paho.org/bvsacd/cd29/innova.pd>

Raigo. (2017). *Pluviometro Digital*. Recuperado de <https://www.raig.com/tienda/meteorologia/pluviometros/pluviometros-digitales/pluviometro-digital-tfa>.

SENAMHI, Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú (1993).  
*Condiciones climáticas del Perú en la actualidad. Recuperado de*  
<https://www.senamhi.gob.pe/?p=condiciones-climaticas>.

UNESCO, Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la  
Cultura (1982). *Guía metodológica para la elaboración del balance*  
*hídrico de América de sur. Oficina Regional de Ciencias y Tecnología*  
*de la UNESCO para América latina y el Caribe. Recuperado de*  
[https://hydrologie.org/BIB/Publ\\_UNESCO/SR\\_999\\_S\\_1982.pdf](https://hydrologie.org/BIB/Publ_UNESCO/SR_999_S_1982.pdf)